Wiederholung und Fragestunde

Prof. Dr. David Sabel

LFE Theoretische Informatik

Letzte Änderung der Folien: 26. Juli 2022

Erinnerung / Organisatorisches

Klausur

Anmeldung bis Mo 08 Aug 2022 23:59 im uni2work
Prüfung Mi 17 Aug 2022 12:00 – 14:00 (Schreibzeit: 90 Minuten)

Pläne (kein Versprechen!)

- Ergebnisse möglichst innerhalb einer Woche veröffentlichen
- Einsicht am 15.9 und/oder 16.9

Nachklausur

Anmeldung bis Fr 16 Sep 2022 23:59 im uni2work
Prüfung Fr Mi 21 Sep 2022 12:00 – 14:00 (Schreibzeit: 90 Minuten)

Pläne (kein Versprechen!)

- Ergebnisse möglichst innerhalb einer Woche veröffentlichen
- Einsicht am 27.9 und/oder 28.9

Inhaltsübersicht

Teil I: Formale Sprachen und Automatentheorie

- Chomsky-Grammatiken und die Chomsky-Hierarchie
- Reguläre Sprachen: DFAs, NFAs, reguläre Ausdrücke, Äquivalenz der Formalismen, Pumping-Lemma, Satz von Myhill-Nerode, Minimierung von DFAs, Abschlusseigenschaften, Entscheidbarkeitsresultate
- Kontextfreie Sprachen: Chomsky-Normalform, (Greibach-Normalform), Pumping-Lemma, CYK-Algorithmus, Kellerautomaten (PDA und DPDA), Abschlusseigenschaften und Entscheidbarkeitsresultate
- Kontextsensitive und Typ 0-Sprachen: Kuroda-Normalform, Turingmaschinen (DTM und NTM), LBAs, Abschlusseigenschaften

Inhaltsübersicht

Teil II: Berechenbarkeitstheorie

- Berechenbarkeit
- Turingmaschinen und Turingberechenbarkeit
- LOOP-, WHILE-, GOTO-Programme und Berechenbarkeit
- Primitiv-rekursive und μ-rekursive Funktionen
- Unentscheidbarkeit: Halteproblem
- Reduktionen, PCP, Satz von Rice

Inhaltsübersicht

Teil III: Komplexitätstheorie

- $\mathcal{P}$ und $\mathcal{NP}$
- NP-Vollständigkeit
- Polynomialzeitreduktionen
- Satz von Cook
- NP-vollständige Probleme

Klassiker: „Rechenaufgaben“

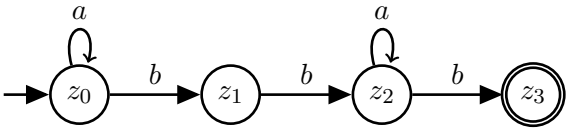
- Automat angeben
- Transformation NFA in DFA mit Potenzmengenkonstruktion
- Minimierung von DFAs
- CYK-Algorithmus ausführen

Beispielaufgabe zu Automat angeben

Geben Sie einen NFA über $\Sigma = \{a, b\}$ an, der $L = \{a^i bba^j b \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ erkennt.

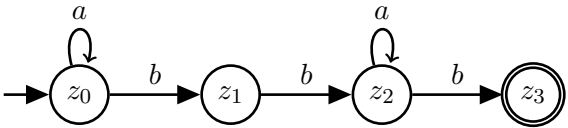
Beispielaufgabe zu Automat angeben

Geben Sie einen NFA über $\Sigma = \{a, b\}$ an, der $L = \{a^i bba^j b \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ erkennt.



Beispielaufgabe zu Automat angeben

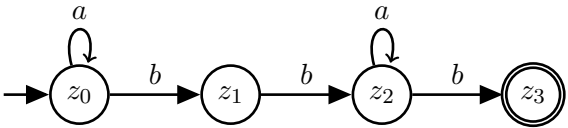
Geben Sie einen NFA über $\Sigma = \{a, b\}$ an, der $L = \{a^i bba^j b \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ erkennt.



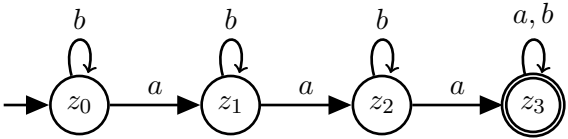
Geben Sie einen DFA über $\Sigma = \{a, b\}$ an, der $L = \{w \mid \#_a(w) > 2\}$ erkennt.

Beispielaufgabe zu Automat angeben

Geben Sie einen NFA über $\Sigma = \{a, b\}$ an, der $L = \{a^i bba^j b \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ erkennt.

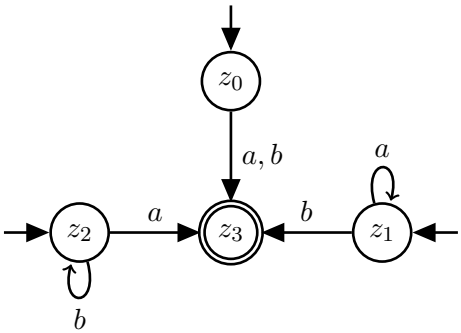


Geben Sie einen DFA über $\Sigma = \{a, b\}$ an, der $L = \{w \mid \#_a(w) > 2\}$ erkennt.



Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

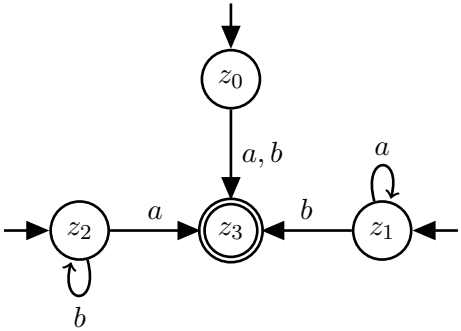
Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



a) Welche Sprache erkennt der gezeigte NFA?
b) Geben Sie die Sprache durch einen regulären Ausdruck an.
c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch die Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus).
d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

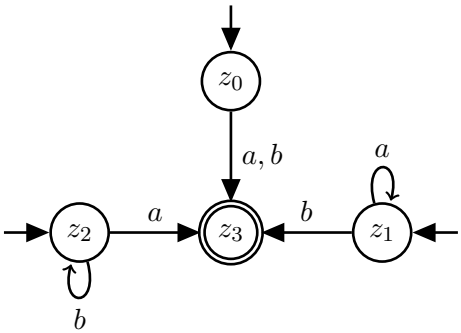
Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



a) Welche Sprache erkennt der gezeigte NFA?

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

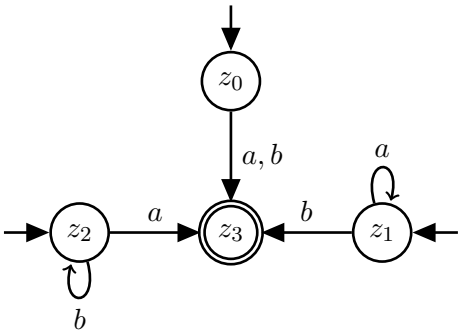


a) Welche Sprache erkennt der gezeigte NFA?

$$\begin{aligned} L &= \{a, b\} \cup \{b^i a \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b \mid i \geq 0\} \\ &= \{b^i a \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b \mid i \geq 0\} \end{aligned}$$

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



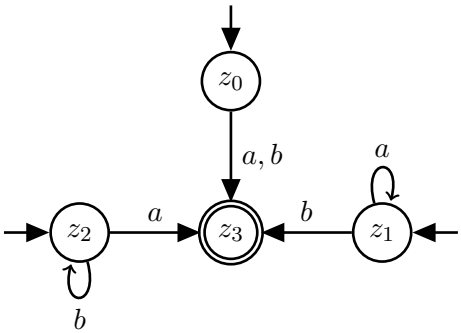
a) Welche Sprache erkennt der gezeigte NFA?

$$\begin{aligned} L &= \{a, b\} \cup \{b^i a \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b \mid i \geq 0\} \\ &= \{b^i a \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b \mid i \geq 0\} \end{aligned}$$

b) Geben Sie die Sprache durch einen regulären Ausdruck an.

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



a) Welche Sprache erkennt der gezeigte NFA?

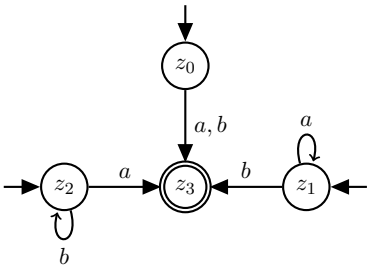
$$\begin{aligned} L &= \{a, b\} \cup \{b^i a \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b \mid i \geq 0\} \\ &= \{b^i a \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b \mid i \geq 0\} \end{aligned}$$

b) Geben Sie die Sprache durch einen regulären Ausdruck an.

$L = L(\alpha)$ mit $\alpha = (a^*b \mid b^*a)$

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

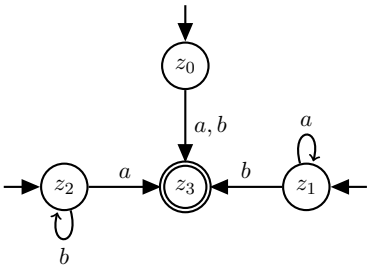
Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

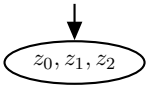


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

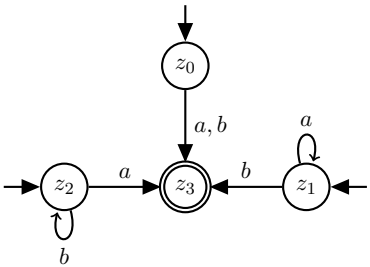


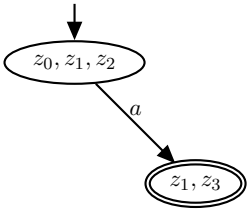


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

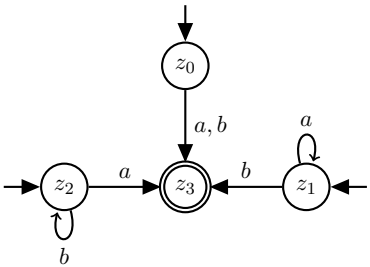


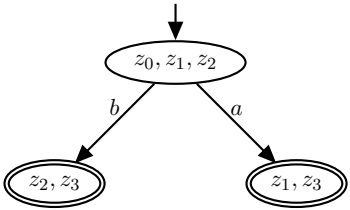


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

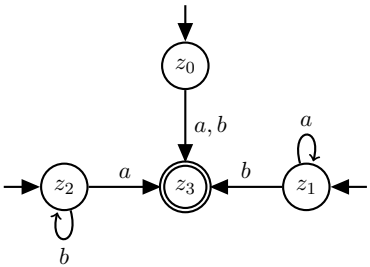


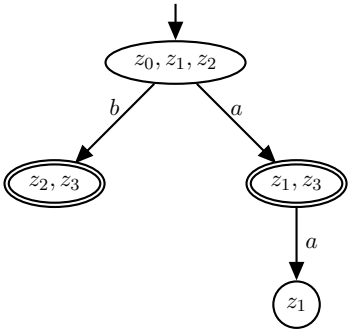


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

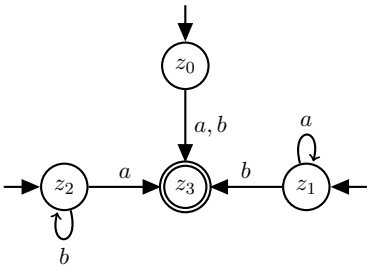


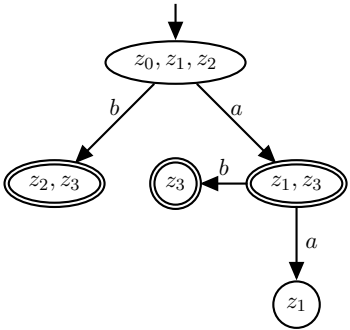


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

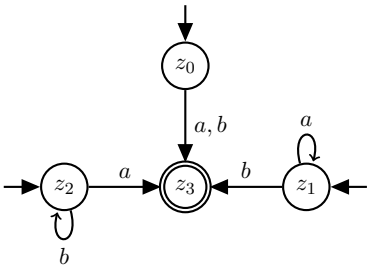


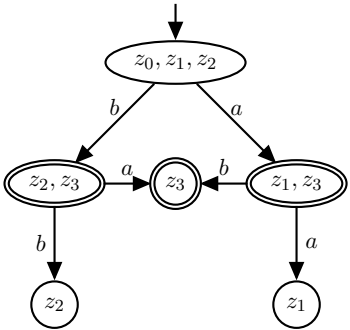


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

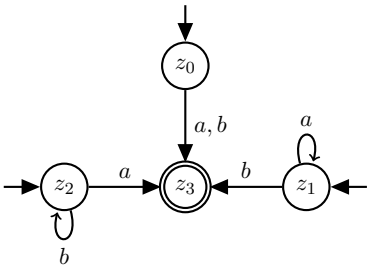


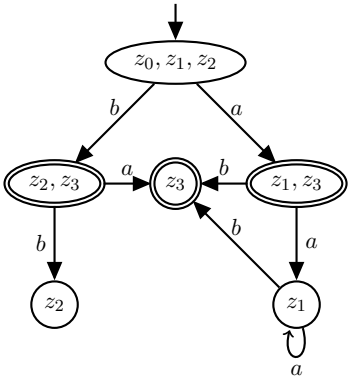


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

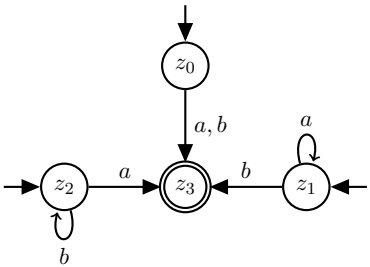


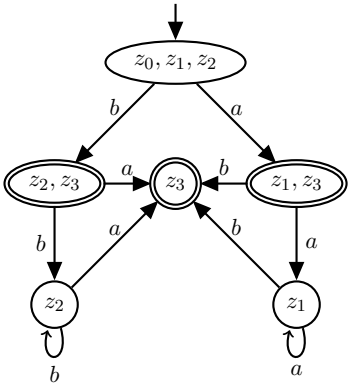


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

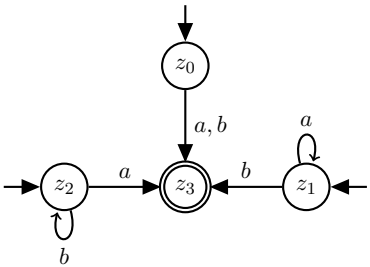


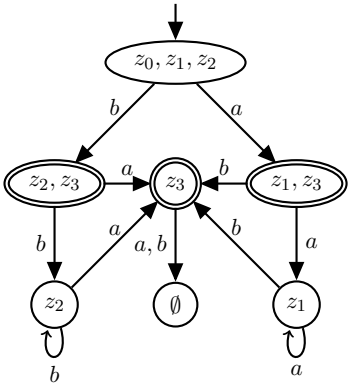


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

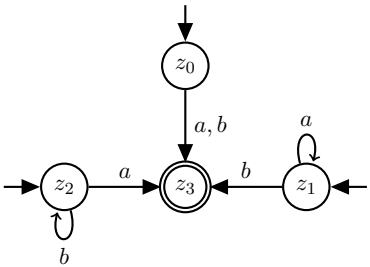


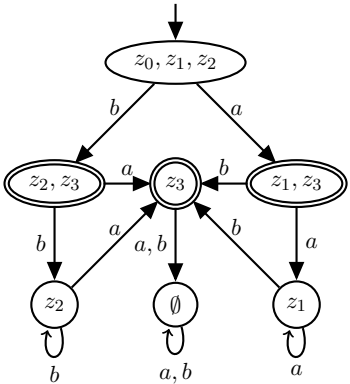


c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende NFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

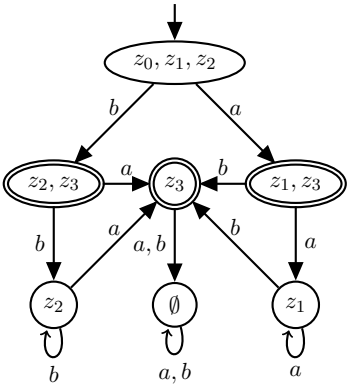




c) Erzeugen Sie einen äquivalenten DFA durch Potenzmengenkonstruktion (erreichbare Zustände reichen aus)

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

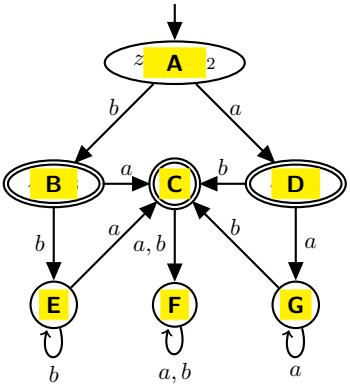
Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

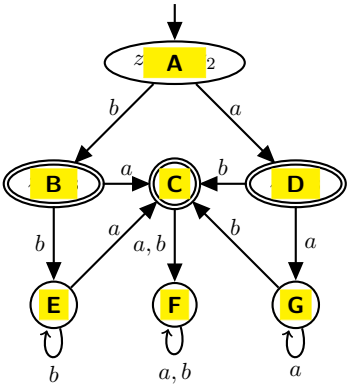
Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

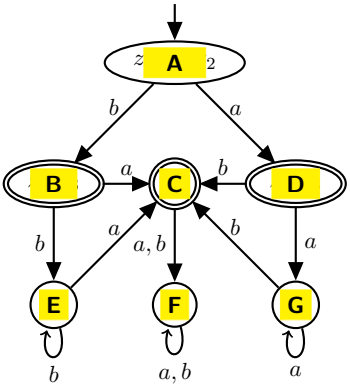


B						
C						
D						
E						
F						
G						
	A	B	C	D	E	F

d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

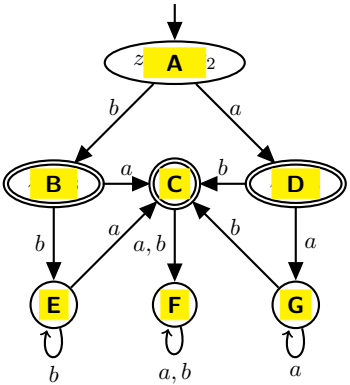


B	$\times_1$					
C	$\times_1$					
D	$\times_1$					
E		$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		
F		$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		
G		$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		
	A	B	C	D	E	F

d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

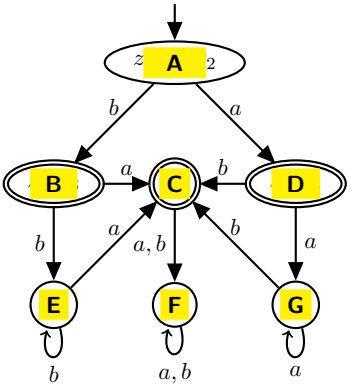


B	$\times_1$					
C	$\times_1$	$\times_2$				
D	$\times_1$	$\times_2$	$\times_2$			
E	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		
F	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$	
G	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$	$\times_2$
	A	B	C	D	E	F

d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu endlichen Automaten

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



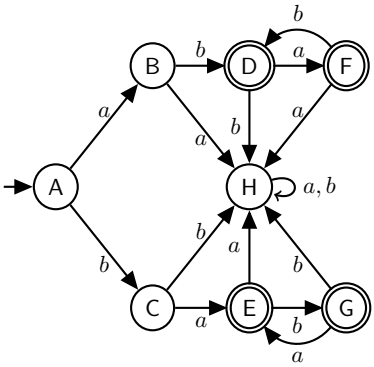
B	$\times_1$					
C	$\times_1$	$\times_2$				
D	$\times_1$	$\times_2$	$\times_2$			
E	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		
F	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$	
G	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$	$\times_2$
	A	B	C	D	E	F

Alle Paare nicht-äquivalent,
Automat war schon minimal!

d) Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu Minimierung

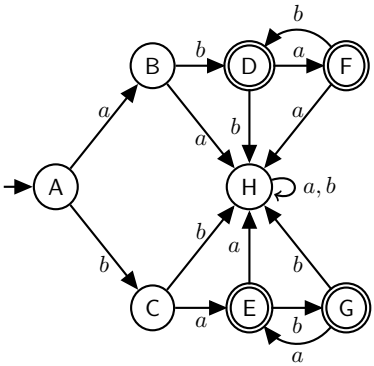
Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu Minimierung

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

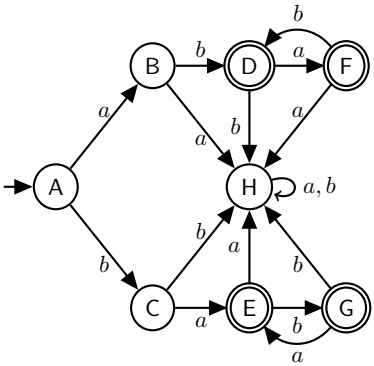


B							
C							
D							
E							
F							
G							
H							
	A	B	C	D	E	F	G

Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu Minimierung

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

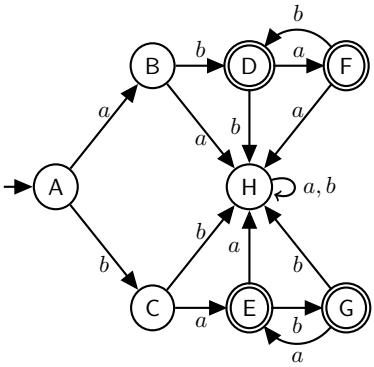


B							
C							
D	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
E	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
F	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
G	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
H				$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$
	A	B	C	D	E	F	G

Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu Minimierung

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

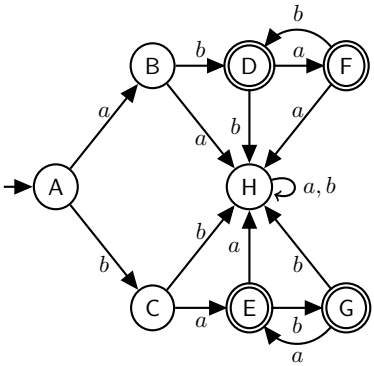


B	$\times_2$						
C	$\times_2$	$\times_2$					
D	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
E	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$			
F	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$			
G	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		$\times_2$	$\times_2$	
H		$\times_2$	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$
	A	B	C	D	E	F	G

Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu Minimierung

Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.

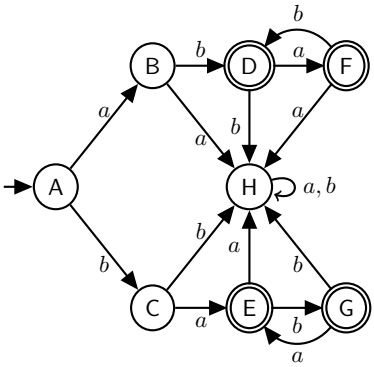


B	$\times_2$						
C	$\times_2$	$\times_2$					
D	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
E	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$			
F	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$			
G	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		$\times_2$	$\times_2$	
H	$\times_3$	$\times_2$	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$
	A	B	C	D	E	F	G

Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).

Beispielaufgabe zu Minimierung

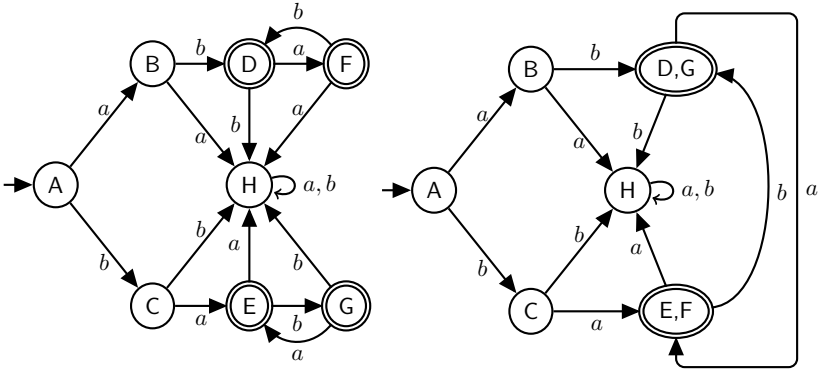
Gegeben sei der folgende DFA über $\Sigma = \{a, b\}$.



B	$\times_2$						
C	$\times_2$	$\times_2$					
D	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$				
E	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$			
F	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_2$			
G	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$		$\times_2$	$\times_2$	
H	$\times_3$	$\times_2$	$\times_2$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$	$\times_1$
	A	B	C	D	E	F	G

Das Paar (D,G) und das Paar (E,F) sind äquivalent

Minimieren Sie den DFA (Rechenweg erforderlich (Tabelle)).


A
B
C
D
E
F
G
H
a, b
D,G
E,F

CYK

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \to CS \mid b, A \to a, B \to b, C \to AC \mid b\}$

Führe den CYK-Algorithmus für $aaaaab$ aus. Liegt das Wort in $L(G)$?

CYK

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \to CS \mid b, A \to a, B \to b, C \to AC \mid b\}$

Führe den CYK-Algorithmus für $aaaaab$ aus. Liegt das Wort in $L(G)$?

	a	a	a	a	a	b
	1	2	3	4	5	6
1	A	A	A	A	A	B,C,S
2					C	
3				C		
4			C			
5		C				
6	C					

CYK

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \to CS \mid b, A \to a, B \to b, C \to AC \mid b\}$

Führe den CYK-Algorithmus für $aaaaab$ aus. Liegt das Wort in $L(G)$?

	a	a	a	a	a	b
	1	2	3	4	5	6
1	A	A	A	A	A	B,C,S
2					C	
3				C		
4			C			
5		C				
6	C					

Da unten links nicht das Startsymbol S in der Tabelle steht, liegt das Wort nicht in $L(G)$

CYK

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \to CS \mid b, A \to a, B \to b, C \to AC \mid b\}$

Führe den CYK-Algorithmus für $aaaaabb$ aus. Liegt das Wort in $L(G)$?

CYK

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \to CS \mid b, A \to a, B \to b, C \to AC \mid b\}$

Führe den CYK-Algorithmus für $aaaaabb$ aus. Liegt das Wort in $L(G)$?

	a	a	a	a	a	b	b
	1	2	3	4	5	6	7
1	A	A	A	A	A	B,C,S	B,C,S
2					C	S	
3				C	S		
4			C	S			
5		C	S				
6	C	S					
7	S						

CYK

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, A, B, C\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \to CS \mid b, A \to a, B \to b, C \to AC \mid b\}$

Führe den CYK-Algorithmus für $aaaaabb$ aus. Liegt das Wort in $L(G)$?

	a	a	a	a	a	b	b
	1	2	3	4	5	6	7
1	A	A	A	A	A	B,C,S	B,C,S
2					C	S	
3				C	S		
4			C	S			
5		C	S				
6	C	S					
7	S						

Da unten links das Startsymbol S in der Tabelle steht, liegt das Wort $L(G)$

Klassiker: „Beweisaufgaben“

- Nichtregulärität einer Sprache zeigen mit Pumping-Lemma
- Nichtregulärität einer Sprache zeigen mit Satz von Myhill-Nerode
- Nicht-Kontextfreiheit einer Sprache zeigen mit Pumping-Lemma für CFLs
- Unentscheidbarkeit zeigen mit Reduktion
- Unentscheidbarkeit zeigen mit Satz von Rice
- NP-Vollständigkeit zeigen, u.a. mit Polynomialzeitreduktionen

Nichtregulärität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Mit dem Pumping-Lemma:

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Mit dem Pumping-Lemma:

- Sei $n > 0$ beliebig.

Nichtregulärität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Mit dem Pumping-Lemma:

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = a^n \$ b^n$. Dann gilt $|z| \geq n$ und $z \in L$.

Nichtregulärität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Mit dem Pumping-Lemma:

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = a^n \$ b^n$. Dann gilt $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvw$ ein beliebige Zerlegung von z mit $|uv| \leq n$ und $|v| \geq 1$.

Nichtregulärität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j\$b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Mit dem Pumping-Lemma:

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = a^n\$b^n$. Dann gilt $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvw$ ein beliebige Zerlegung von z mit $|uv| \leq n$ und $|v| \geq 1$.
- Damit muss gelten $u = a^i$, $v = a^j$, $w = a^k\$b^n$ mit $i + j + k = n$ und $j \geq 1$. Dann gilt $uv^0w = a^{n-j}\$b^n \notin L$.

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär.

Mit dem Pumping-Lemma:

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = a^n \$ b^n$. Dann gilt $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvw$ ein beliebige Zerlegung von z mit $|uv| \leq n$ und $|v| \geq 1$.
- Damit muss gelten $u = a^i$, $v = a^j$, $w = a^k \$ b^n$ mit $i + j + k = n$ und $j \geq 1$. Dann gilt $uv^0w = a^{n-j} \$ b^n \notin L$.

Somit erfüllt L die Pumping-Eigenschaft nicht und kann daher auch nicht regulär sein.

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär durch Verwendung des Satzes von Myhill und Nerode.

Nerode-Relation $\sim_L$ eine Sprache L:

$$u \sim_L v \iff \forall w \in \Sigma^* : uw \in L \iff vw \in L$$

Satz von Myhill-Nerode: Index($\sim_L$) endlich g.d.w. L regulär.
Für die Aufgabe: Finde unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen
Es gilt $[a^j\$]_{\sim_L} \neq [a^i\$]_{\sim_L}$ für alle $i \neq j$:

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär durch Verwendung des Satzes von Myhill und Nerode.

Nerode-Relation $\sim_L$ eine Sprache L:

$$u \sim_L v \iff \forall w \in \Sigma^* : uw \in L \iff vw \in L$$

Satz von Myhill-Nerode: Index($\sim_L$) endlich g.d.w. L regulär.
Für die Aufgabe: Finde unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen
Es gilt $[a^j\$]_{\sim_L} \neq [a^i\$]_{\sim_L}$ für alle $i \neq j$:

- für $w = b^i$ gilt $a^i \$ w \in L$, aber $a^j \$ w \notin L$

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär durch Verwendung des Satzes von Myhill und Nerode.

Nerode-Relation $\sim_L$ eine Sprache L:

$$u \sim_L v \iff \forall w \in \Sigma^* : uw \in L \iff vw \in L$$

Satz von Myhill-Nerode: Index($\sim_L$) endlich g.d.w. L regulär.
Für die Aufgabe: Finde unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen
Es gilt $[a^j\$]_{\sim_L} \neq [a^i\$]_{\sim_L}$ für alle $i \neq j$:

- für $w = b^i$ gilt $a^i \$ w \in L$, aber $a^j \$ w \notin L$
- damit $a^j\$ \not\sim_L a^i\$$ für $i \neq j$.

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär durch Verwendung des Satzes von Myhill und Nerode.

Nerode-Relation $\sim_L$ eine Sprache L:

$$u \sim_L v \iff \forall w \in \Sigma^* : uw \in L \iff vw \in L$$

Satz von Myhill-Nerode: Index($\sim_L$) endlich g.d.w. L regulär.
Für die Aufgabe: Finde unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen
Es gilt $[a^j\$]_{\sim_L} \neq [a^i\$]_{\sim_L}$ für alle $i \neq j$:

- für $w = b^i$ gilt $a^i \$ w \in L$, aber $a^j \$ w \notin L$
- damit $a^j\$ \not\sim_L a^i\$$ für $i \neq j$.
- Es gibt unendlich viele disjunkte Äquivalenzklassen bez. $\sim_L$: $[a^1\$]_{\sim_L}$, $[a^2\$]_{\sim_L}$, $[a^3\$]_{\sim_L}$, ...

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär durch Verwendung des Satzes von Myhill und Nerode.

Nerode-Relation $\sim_L$ eine Sprache L:

$$u \sim_L v \iff \forall w \in \Sigma^* : uw \in L \iff vw \in L$$

Satz von Myhill-Nerode: Index($\sim_L$) endlich g.d.w. L regulär.
Für die Aufgabe: Finde unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen
Es gilt $[a^j\$]_{\sim_L} \neq [a^i\$]_{\sim_L}$ für alle $i \neq j$:

- für $w = b^i$ gilt $a^i \$ w \in L$, aber $a^j \$ w \notin L$
- damit $a^j\$ \not\sim_L a^i\$$ für $i \neq j$.
- Es gibt unendlich viele disjunkte Äquivalenzklassen bez. $\sim_L$: $[a^1\$]_{\sim_L}$, $[a^2\$]_{\sim_L}$, $[a^3\$]_{\sim_L}$, ...
- Das zeigt: Index($\sim_L$) $= \infty$.

Nichtregularität beweisen

Aufgabe

Zeige $L = \{a^j \$ b^j \mid j \in \mathbb{N}\}$ ist nicht-regulär durch Verwendung des Satzes von Myhill und Nerode.

Nerode-Relation $\sim_L$ eine Sprache L:

$$u \sim_L v \iff \forall w \in \Sigma^* : uw \in L \iff vw \in L$$

Satz von Myhill-Nerode: Index($\sim_L$) endlich g.d.w. L regulär.
Für die Aufgabe: Finde unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen
Es gilt $[a^j\$]_{\sim_L} \neq [a^i\$]_{\sim_L}$ für alle $i \neq j$:

- für $w = b^i$ gilt $a^i \$ w \in L$, aber $a^j \$ w \notin L$
- damit $a^j\$ \not\sim_L a^i\$$ für $i \neq j$.
- Es gibt unendlich viele disjunkte Äquivalenzklassen bez. $\sim_L$: $[a^1\$]_{\sim_L}$, $[a^2\$]_{\sim_L}$, $[a^3\$]_{\sim_L}$, ...
- Das zeigt: Index($\sim_L$) $= \infty$. Mit Satz von Myhill-Nerode folgt: L nicht regulär.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1}\underbrace{ab^n}_{r_2}\underbrace{ab^n}_{r_3}\underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1}\underbrace{ab^n}_{r_2}\underbrace{ab^n}_{r_3}\underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvwxy$ eine beliebige Zerlegung mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1}\underbrace{ab^n}_{r_2}\underbrace{ab^n}_{r_3}\underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvwxy$ eine beliebige Zerlegung mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$
- Dann kann vwx nur Teilwort von r_1r_2, r_2r_3 oder r_3r_4 sein.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1}\underbrace{ab^n}_{r_2}\underbrace{ab^n}_{r_3}\underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvwxy$ eine beliebige Zerlegung mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$
- Dann kann vwx nur Teilwort von r_1r_2, r_2r_3 oder r_3r_4 sein.
- Wenn v oder x ein a enthält, dann $uv^2wx^2y \notin L$, da es mehr als 4 a's enthält

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1} \underbrace{ab^n}_{r_2} \underbrace{ab^n}_{r_3} \underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvwxy$ eine beliebige Zerlegung mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$
- Dann kann vwx nur Teilwort von $r_1 r_2$, $r_2 r_3$ oder $r_3 r_4$ sein.
- Wenn v oder x ein a enthält, dann $uv^2wx^2y \notin L$, da es mehr als 4 a's enthält
- Wenn v und x kein a enthalten, dann ist $uv^0wx^0y \notin L$, da das Löschen von b's in 1-2 der Teilworte r_1, r_2, r_3, r_4 passiert. D.h. es gibt noch ab^n (mindestens 2) aber es gibt auch ab^j mit $j < n$

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1}\underbrace{ab^n}_{r_2}\underbrace{ab^n}_{r_3}\underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvwxy$ eine beliebige Zerlegung mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$
- Dann kann vwx nur Teilwort von r_1r_2, r_2r_3 oder r_3r_4 sein.
- Wenn v oder x ein a enthält, dann $uv^2wx^2y \notin L$, da es mehr als 4 a's enthält
- Wenn v und x kein a enthalten, dann ist $uv^0wx^0y \notin L$, da das Löschen von b's in 1-2 der Teilworte r_1, r_2, r_3, r_4 passiert. D.h. es gibt noch ab^n (mindestens 2) aber es gibt auch ab^j mit $j < n$
- Daher erfüllt L die Pumping-Eigenschaft für CLFs nicht.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeige $L = \{ab^i ab^i ab^i ab^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist nicht kontextfrei.

- Sei $n > 0$ beliebig.
- Sei $z = \underbrace{ab^n}_{r_1}\underbrace{ab^n}_{r_2}\underbrace{ab^n}_{r_3}\underbrace{ab^n}_{r_4}$. Dann ist $|z| \geq n$ und $z \in L$.
- Sei $z = uvwxy$ eine beliebige Zerlegung mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$
- Dann kann vwx nur Teilwort von r_1r_2, r_2r_3 oder r_3r_4 sein.
- Wenn v oder x ein a enthält, dann $uv^2wx^2y \notin L$, da es mehr als 4 a's enthält
- Wenn v und x kein a enthalten, dann ist $uv^0wx^0y \notin L$, da das Löschen von b's in 1-2 der Teilworte r_1, r_2, r_3, r_4 passiert. D.h. es gibt noch ab^n (mindestens 2) aber es gibt auch ab^j mit $j < n$
- Daher erfüllt L die Pumping-Eigenschaft für CLFs nicht.
- Das Pumping-Lemma für CFLs zeigt nun, dass L nicht kontextfrei ist.

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeigen Sie, dass $H_0 = \{w \mid \text{TM } M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$ nicht kontextfrei ist.

Pumping-Lemma?

Kontextfreiheit widerlegen

Aufgabe

Zeigen Sie, dass $H_0 = \{w \mid \text{TM } M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$ nicht kontextfrei ist.

Pumping-Lemma?

Braucht man nicht:

- H_0 ist unentscheidbar
- Daher ist H_0 nicht einmal von Typ 1
- Daher ist H_0 auch nicht von Typ 2.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w$ hält genau bei Eingabe $x\ \}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

Sei $H_0 = \{w \mid M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$.

Aus der VL: H_0 ist unentscheidbar.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

Sei $H_0 = \{w \mid M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$.

Aus der VL: H_0 ist unentscheidbar.

Wir zeigen $H_0 \leq X$:

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

Sei $H_0 = \{w \mid M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$.

Aus der VL: H_0 ist unentscheidbar.

Wir zeigen $H_0 \leq X$:

Die Reduktionsfunktion f nimmt eine Turingmaschinenbeschreibung und erstellt daraus eine neue Turingmaschinenbeschreibung.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

Sei $H_0 = \{w \mid M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$.

Aus der VL: H_0 ist unentscheidbar.

Wir zeigen $H_0 \leq X$:

Die Reduktionsfunktion f nimmt eine Turingmaschinenbeschreibung und erstellt daraus eine neue Turingmaschinenbeschreibung.

Sei w ein Wort. Wenn w keine Turingmaschinenbeschreibung ist, dann sei $f(w) = w$. Ansonsten sei M_w die Turingmaschine zu w.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

Sei $H_0 = \{w \mid M_w \text{ hält bei leerer Eingabe}\}$.

Aus der VL: H_0 ist unentscheidbar.

Wir zeigen $H_0 \leq X$:

Die Reduktionsfunktion f nimmt eine Turingmaschinenbeschreibung und erstellt daraus eine neue Turingmaschinenbeschreibung.

Sei w ein Wort. Wenn w keine Turingmaschinenbeschreibung ist, dann sei $f(w) = w$. Ansonsten sei M_w die Turingmaschine zu w.

f erstellt daraus eine Turingmaschine T, sodass ...

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

- T prüft, ob die Eingabe x ist. Falls nicht, geht T in eine Endlosschleife.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

- T prüft, ob die Eingabe x ist. Falls nicht, geht T in eine Endlosschleife.
- T löscht das Eingabeband.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

- T prüft, ob die Eingabe x ist. Falls nicht, geht T in eine Endlosschleife.
- T löscht das Eingabeband.
- T simuliert M_w bei leerer Eingabe.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

- T prüft, ob die Eingabe x ist. Falls nicht, geht T in eine Endlosschleife.
- T löscht das Eingabeband.
- T simuliert M_w bei leerer Eingabe.
- Wenn M_w akzeptiert, dann akzeptiert T ansonsten läuft T endlos.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

- T prüft, ob die Eingabe x ist. Falls nicht, geht T in eine Endlosschleife.
- T löscht das Eingabeband.
- T simuliert M_w bei leerer Eingabe.
- Wenn M_w akzeptiert, dann akzeptiert T ansonsten läuft T endlos.

Es gilt:	$w \in H_0$
g.d.w	M_w hält bei leerer Eingabe
g.d.w.	$T = M_{f(w)}$ hält bei Eingabe x
g.d.w.	$f(w) \in X$

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mithilfe einer Reduktion.

- T prüft, ob die Eingabe x ist. Falls nicht, geht T in eine Endlosschleife.
- T löscht das Eingabeband.
- T simuliert M_w bei leerer Eingabe.
- Wenn M_w akzeptiert, dann akzeptiert T ansonsten läuft T endlos.

Es gilt:	$w \in H_0$
g.d.w	M_w hält bei leerer Eingabe
g.d.w.	$T = M_{f(w)}$ hält bei Eingabe x
g.d.w.	$f(w) \in X$

Da f total und berechenbar ist, gilt $H_0 \leq X$.

Unentscheidbarkeit zeigen

Aufgabe

Sei $X = \{w \mid M_w \text{ hält genau bei Eingabe } x\}$.
Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit mit dem Satz von Rice.

Sei $S = \{f \in \mathcal{R} \mid f(x) \text{ ist definiert, } f(u) = \perp \text{ für } u \neq x\}$
Dann ist

$$\begin{aligned} C(S) &= \{w \mid M_w \text{ berechnet eine Funktion aus } S\} \\ &= \{M_w \text{ akzeptiert bei Eingabe } x \text{ und hält nicht für andere Eingaben}\} \end{aligned}$$

Da S nicht-trivial ist (z.B. ist $f_1 \in S$ mit $f_1(x) = x, f_1(u) = \perp$ für $u \neq x$, aber $f_2 \notin S$ mit $f_2(u) = u$ und $f_2 \in \mathcal{R}$), folgt nach dem Satz von Rice, dass $C(S)$ unentscheidbar ist.

NP-Vollständigkeit zeigen

Aufgabe

Das EXACT-3-SAT Problem in gegeben/gefragt-Notation ist definiert durch

gegeben:	Aussagenlogische Formel F in Klauselform, so dass jede Klausel aus genau 3 (paarweise disjunkten) Literalen besteht.
gefragt:	Ist F erfüllbar?

Zeige, dass F $\mathcal{NP}$-vollständig ist (verwende 3-CNF-SAT für die Reduktion)

- EXACT-3-SAT $\in \mathcal{NP}$: Rate nichtdeterministisch die Belegung aller Variablen und verifiziere, ob die Belegung die Formel wahr macht, wenn ja akzeptiere, sonst verwerfe. Verifzieren geht in determ. Polynomialzeit, da man nur die Belegung für jedes Literal anwenden muss.

NP-Vollständigkeit zeigen (2)

$\mathcal{NP}$-Schwere: Wir zeigen 3-CNF-SAT $\leq_p$ EXACT-3-SAT und verwenden, dass 3-CNF-SAT bereits als $\mathcal{NP}$-vollständig bekannt ist.
Für synt. falsche Eingaben erzeuge f eine synt. falsche Eingabe für EXACT-3-SAT.
Für eine 3-CNF $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_n$ erzeuge f eine 3-CNF $C'_1 \wedge \ldots \wedge C'_n \wedge KM$ wobei

- $C'_i = C_i$, falls $C_i = l_1 \vee l_2 \vee l_3$
- $C'_i = l_1 \vee l_2 \vee \neg a$, falls $C_i = l_1 \vee l_2$
- $C'_i = l_1 \vee \neg a \vee \neg b$, falls $C_i = l_1$
- $KM = (a \vee c \vee d) \wedge (a \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee c \vee \neg d) \wedge (a \vee \neg c \vee \neg d)$ $\wedge (b \vee c \vee d) \wedge (b \vee \neg c \vee d) \wedge (b \vee c \vee \neg d) \wedge (b \vee \neg c \vee \neg d)$

Dabei seien a, b, c, d neue Variablen, die nicht F-vorkommen. Es gilt:

- In $f(F)$ enthält jede Klausel genau 3 Literale.
- Jede Belegung die $f(F)$ wahr macht, muss a und b auf 1 setzen und daher auch F wahr machen.
- Jede Belegung die F wahr macht, kann erweitert werden (indem a und b auf 1 gesetzt werden), so dass $f(F)$ wahr ist.
- $f(F)$ ist in Polynomialzeit berechenbar und ist total.

Weitere typische Aufgaben

- Sprachen angeben in einem der vielen Formalismen: DFA, NFA, regulärer Ausdruck, reguläre Grammatik Kontextfreie Grammatik, Kellerautomat, deterministischer Kellerautomat Turingmaschine angeben
- Formalismen ineinander überführen, z.B. regulärer Ausdruck in DFA usw.
- Programme schreiben als: Turingmaschine, WHILE-, LOOP-, GOTO-Programm, primitiv rekursive Funktion, μ-rekursive Funktion
- Sprachen „typisieren“ in der Chomsky-Hierarchie

LOOP-Programm

Aufgabe

Seien P, Q, R LOOP-Programme. Geben Sie ein LOOP-Programm an, dass folgende Funktion berechnet:

$$jenachdem(x) = \begin{cases} P, \text{wenn } x = 0 \\ Q, \text{wenn } x = 1 \\ R, \text{sonst} \end{cases}$$

LOOP-Programm

Aufgabe

Seien P, Q, R LOOP-Programme. Geben Sie ein LOOP-Programm an, dass folgende Funktion berechnet:

$$jenachdem(x) = \begin{cases} P, \text{wenn } x = 0 \\ Q, \text{wenn } x = 1 \\ R, \text{sonst} \end{cases}$$

$x_P := 1;$
$x_Q := 2;$
$x_R := 1;$
LOOP x **DO** $x_P := x_P - 1; x_Q := x_Q - 1$ **END**;
LOOP x_P **DO** $x_Q := 0; x_R := 0; P$ **END**;
LOOP x_Q **DO** $x_R := 0; Q$ **END**;
LOOP x_R **DO** R **END**

Primitiv rekursive Funktionen

Aufgabe

Seien p, q, r primitiv rekursive Funktion. Geben Sie eine primitive rekursive Funktion an die folgende Funktion berechnet:

$$jenachdem(x) = \begin{cases} p(x), \text{wenn } x = 0 \\ q(x), \text{wenn } x = 1 \\ r(x), \text{sonst} \end{cases}$$

Primitive Rekursion: Wenn $g : \mathbb{N}^{k-1} \to \mathbb{N}$ und $h : \mathbb{N}^{k+1} \to \mathbb{N}$ primitiv rekursiv, dann ist auch f mit

$$f(x_1, \ldots, x_k) = \begin{cases} g(x_2, \ldots, x_k), & \text{wenn } x_1 = 0 \\ h(f(x_1 - 1, x_2, \ldots, x_k), x_1 - 1, x_2, \ldots, x_k), & \text{sonst} \end{cases}$$

primitiv rekursiv.

Primitiv rekursive Funktionen (2)

Aufgabe

Seien p, q, r primitiv rekursive Funktion. Geben Sie eine primitive rekursive Funktion an die folgende Funktion berechnet:

$$jenachdem(x) = \begin{cases} p(x), \text{wenn } x = 0 \\ q(x), \text{wenn } x = 1 \\ r(x), \text{sonst} \end{cases}$$

Primitiv rekursive Funktionen (2)

Aufgabe

Seien p, q, r primitiv rekursive Funktion. Geben Sie eine primitive rekursive Funktion an die folgende Funktion berechnet:

$$jenachdem(x) = \begin{cases} p(x), \text{wenn } x = 0 \\ q(x), \text{wenn } x = 1 \\ r(x), \text{sonst} \end{cases}$$

Sei

$$\begin{aligned}
jenachdem(x) &= f_1(x) \\
f_1(x) &= \begin{cases} g_1() & \text{wenn } x = 0 \\ h_1(f_1(x-1), x-1) & \text{sonst} \end{cases} \\
g_1 &= p(0) \\
h_1(a, b) &= f_2(b) \\
f_2(x) &= \begin{cases} g_2() & \text{wenn } x = 0 \\ h_2(f_2(x-1), x-1) & \text{sonst} \end{cases} \\
g_2 &= q(1) \\
h_2(a, b) &= r(succ(succ(b)))
\end{aligned}$$

Turingmaschine

Aufgabe

Geben Sie eine DTM über $\Sigma = \{1, 2\}$ an, die auf dem Eingabeband jede 1 durch eine 2 ersetzt und dann akzeptiert.

Turingmaschine

Aufgabe

Geben Sie eine DTM über $\Sigma = \{1, 2\}$ an, die auf dem Eingabeband jede 1 durch eine 2 ersetzt und dann akzeptiert.

Sei $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$ mit

- $Z = \{z_0, z_1\}$
- $\Sigma = \{1, 2\}$
- $\Gamma = \Sigma \cup \{\square\}$
- $\delta(z_0, 2) = (z_0, 2, R)$
  $\delta(z_0, 1) = (z_0, 2, R)$
  $\delta(z_0, \square) = (z_1, \square, N)$
- $E = \{z_1\}$

Kellerautomat

Aufgabe

Geben Sie einen Kellerautomaten an, der $\{a^i ccb^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ erkennt.

Kellerautomat

Aufgabe

Geben Sie einen Kellerautomaten an, der $\{a^i ccb^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ erkennt.

Sei $K = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ mit

- $Z = \{z_0\}$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma = \{\#, A\}$
- $\delta(z_0, a, \#) = \{(z_0, A\#)\}$
  $\delta(z_0, a, A) = \{(z_0, AA)\}$
  $\delta(z_0, c, \#) = \{(z_1, \#)\}$
  $\delta(z_0, c, A) = \{(z_1, A)\}$
  $\delta(z_1, c, \#) = \{(z_2, \#)\}$
  $\delta(z_1, c, A) = \{(z_2, A)\}$
  $\delta(z_2, b, A) = \{(z_2, \varepsilon)\}$
  $\delta(z_2, \varepsilon, \#) = \{(z_2, \varepsilon, \varepsilon)\}$

  und $\delta(z_i, x, X) = \emptyset$ für alle anderen Fälle.