GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

www.uni-frankfurt.de

Einführung in die Methoden der Künstlichen Intelligenz

Suche bei Spielen

PD Dr. David Sabel

SoSe 2014

Stand der Folien: 29. Mai 2023

Zwei-Spieler-Spiele

Ziel dieses Abschnitts

- Intelligenter Agent für Zweipersonenspiele
- Beispiele: Schach, Dame, Mühle, ...

Annahme zunächst:

- Spiele mit genau zwei Gegnern
- Kein Zufall im Spiel (keine Würfel, Kartenmischen) etc.

Schach

- Gute Strategien zum Schachspielen schon entwickelt bevor es Computer gab
- Untersuchungen zu Gewinnstrategien (Eröffnungen, ...)
- Bewerten von Spielsituationen

Im Wesentlichen 2 Ansätze für Programme zum Schachspielen

1. Verwende bekannte Schachtheorien (Verteidigung, Angriff, Bedrohung, Decken, Mittelfeld, ...). Versuche die „menschliche Methode“ zu Programmieren
2. Absuchen aller Möglichkeiten, um den nächsten guten Zug zu finden.

Schach (2)

Moderne erfolgreiche Schachprogramme:

- verwenden im Wesentlichen das Absuchen
- verwenden statische Bewertung der Spielsituationen
- zusätzlich Bibliotheken für Eröffnung und Endspiel

Spielbäume

- **Zwei Spieler**: genannt Maximierer und Minimierer
- **Zustand** (Knoten): Darstellung der Spielsituation und welcher Spieler am Zug ist
- **Wurzel**: Aktuelle Spielsituation
- **Kinder** von Knoten K:
  mögliche Spielsituationen nach einem Zug
  Spieler wechselt
- Blätter mit Gewinnwert bewertet.
- Schach:
  - -1 = Minimierer hat gewonnen
  - 1 = Maximierer hat gewonnen
  - 0 = Remis

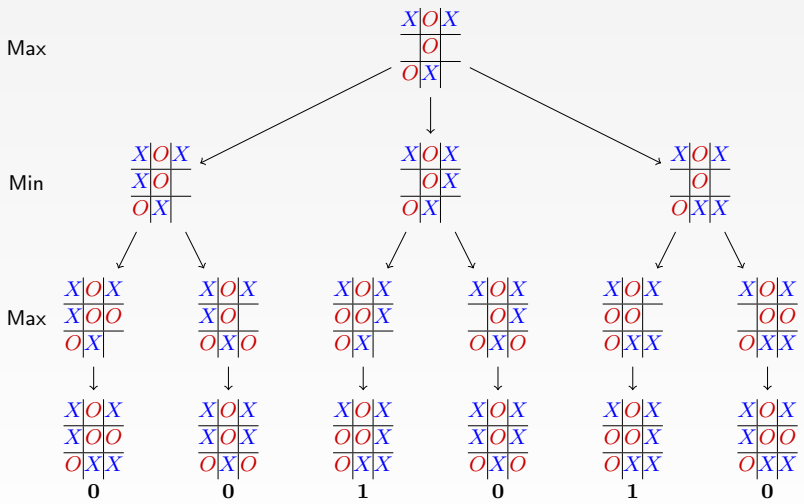
Beispiel: TicTacToe

Spielfeld:

X	O	
X	X	X
O		O

- Maximierer: X
- Minimierer: O
- schreiben abwechselnd ihr Symbol in ein freies Feld
- Gewinner: Spieler hat sein Symbol in einer Reihe (horizontal, vertikal, diagonal)

Beispiel:TicTacToe, Spielbaum



Welchen Zug soll Max machen?

MinMax-Suche (1)

- **Eingabe**: Spielsituation, Nachfolgerfunktion, Bewertung
- **Ausgabe**: Nächster optimaler Zug

Informelle Beschreibung der MinMax-Suche:

- Bewerte alle Blätter
- Berechne den Wert der anderen Knoten:
  - Stufenweise von unten nach oben
  - über die Werte der Kinder wird maximiert bzw. minimiert
  - je nachdem welcher Spieler am Zug ist
- Dabei: Züge merken, damit der optimale Zug bekannt ist

MinMax-Suche (2)

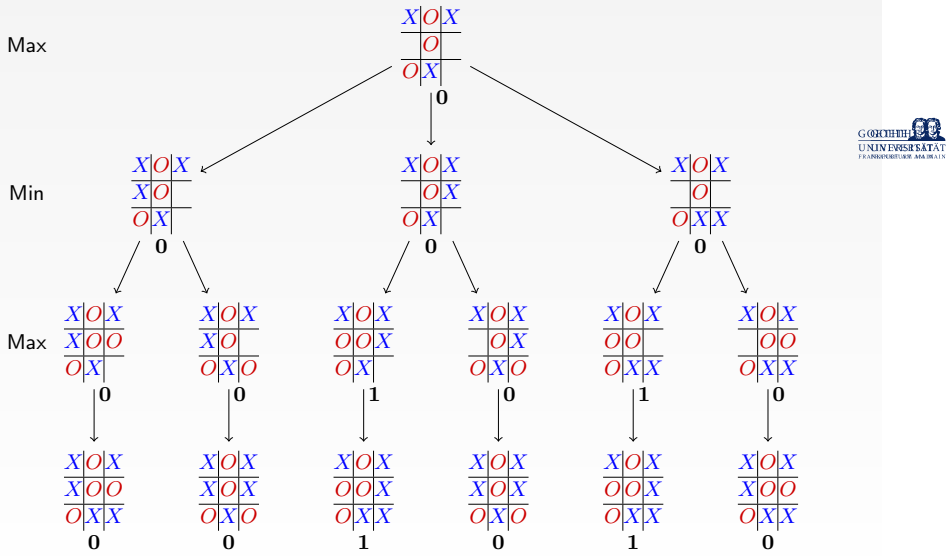
Algorithmus **MinMax-Suche**

Datenstrukturen: Nachfolgerfunktion, Wert(Zustand) für Endsituationen, Datenstruktur für Spielzustand, Spieler

Funktion Minmax(Zustand,Spieler):
$NF :=$ alle Nachfolgezustände zu (Zustand,Spieler);
`if` $NF = \emptyset$ `then return` Wert(Zustand) `else`
  `if` Spieler $==$ Maximierer `then`
    `return` $max\{\text{Minmax}(Z, \overline{\text{Spieler}}) \mid Z \in NF\}$
  `else` // Spieler ist Minimierer
    `return` $min\{\text{Minmax}(Z, \overline{\text{Spieler}}) \mid Z \in NF\}$
  `endif`
`endif`

- wobei $\overline{\text{Spieler}}$ = der jeweils anderen Spieler
- Implementierung: sollte zus. den Weg speichern, damit der nächste optimale Zug als Ausgabe zur Verfügung steht.

Beispiel, TicTacToe



MinMax in Haskell

```
minmax endZustand wert nachfolger spieler zustand  =
  go (zustand,[]) spieler
  where
   go (zustand,p) spieler
     | endZustand zustand = (wert zustand,reverse $ zustand:p)
     | otherwise =
        let l = nachfolger spieler zustand
        in case spieler of
             Maximierer ->  maximumBy
                            (\(a,_) (b,_) -> compare a b)
                            [go (z,zustand:p) Minimierer | z <- l]
             Minimierer ->  minimumBy
                            (\(a,_) (b,_) -> compare a b)
                            [go (z,zustand:p) Maximierer | z <- l]
```


MinMax-Eigenschaften

- MinMax kann als Tiefensuche durchgeführt werden
- Laufzeit $O(c^d)$ bei mittlerer Verzweigungrate c und Blättern in Tiefe d
- **Praktisches Problem**: Bei mittelschweren Spielen: **unmöglich** in annehmbarer Zeit berechenbar
- TicTacToe: Vom leeren Spielfeld aus: $9! = 362.880$ Zugfolgen, geht gerade noch

Daher: **Abwandlung** des Verfahrens!

MinMax mit Tiefenschranke

- Suche nur bis zur einer bestimmten Tiefe k
- Bewerte die Knoten in Tiefe k mit einer **Heuristik**

Beispiele für die Bewertungsfunktion:

- Schach: Materialvorteil, evtl. Stellungsvorteil, Gewinnsituation, ...
- Mühle: Material, #Mühlen, Bewegungsfreiheit, ...

Beispiel: Heuristische Bewertung für TicTacToe

(#einfach X-besetzte Zeilen/Spalten/Diag) * 1
\+ (# doppelt X-besetzte Zeilen/Spalten/Diag) * 5
\+ (20, falls Gewinnsituation)
\- (#einfach O-besetzte Zeilen/Spalten/Diag) * 1
\- (# doppelt O-besetzte Zeilen/Spalten/Diag) * 5
\- (20, falls Verlustsituation)

Bewertungsfunktionen

- Güte bestimmt Güte des Verfahrens
- muss algorithmisch (möglichst schnell) berechenbar sein
- sollte Endzustände entsprechend minimal und maximal bewerten

Es gilt (in Spielen ohne Zufall):

Berechnung des besten Zuges ist unabhängig von den exakten Werten der Bewertungsfunktion;
Die Ordnung zwischen den Spielsituationen bestimmt.

Beispiel: TicTacToe

	Sieg	Niederlage	Unentschieden
Bewertung 1	1	-1	0
Bewertung 2	100	10	50
Bewertung 3	1	0	0

- Bewertung 1 und Bewertung 2 führen zum gleichen optimalen Zug, da
  Sieg $>$ Unentschieden $>$ Niederlage
- Bewertung 3 hat eine andere Ordnung:
  Sieg $>$ Unentschieden $=$ Niederlage
  und kann daher zu anderem optimalen Zug führen

Einwand

Wenn man ein sehr gute Bewertungsfunktion hat:

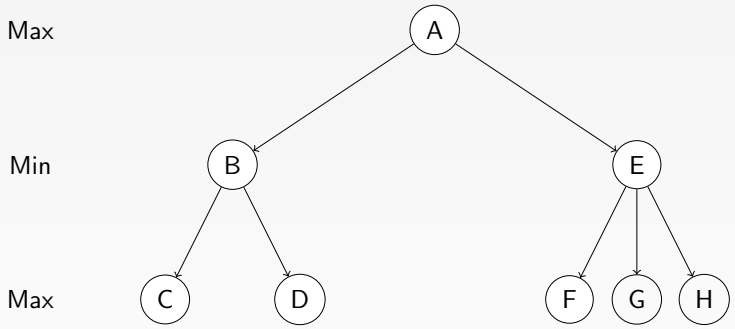
Warum MinMax ausführen und nicht gleich
nur die Bewertungen der Kinder anschauen?

Üblicherweise:
Je tiefer man geht, umso besser wird die Bewertungsfunktion!

Tiefenbeschränkte MinMax-Suche

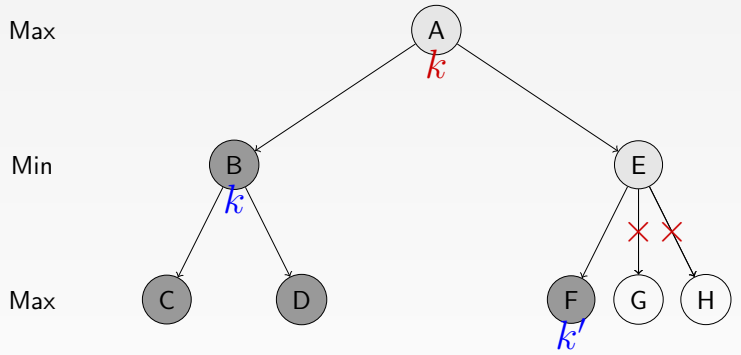
- Mittlere Verzweigungrate c
- Tiefenschranke m
- Laufzeit $O(c^m)$, wenn die Heuristik in konstanter Zeit berechenbar ist

Optimierung der MinMax-Suche: Beispiele



$$
\begin{aligned}
& \text{MinMax}(A, Max) \\
= \; & \texttt{max}\{\text{MinMax}(B, Min), \text{MinMax}(E, Min)\} \\
= \; & \texttt{max}\{\texttt{min}\{\text{MinMax}(C, Max), \text{MinMax}(D, Max)\}, \\
& \quad \texttt{min}\{\text{MinMax}(F, Max), \text{MinMax}(G, Max), \text{MinMax}(H, Max)\}\}
\end{aligned}
$$

Optimierung der MinMax-Suche: Beispiele

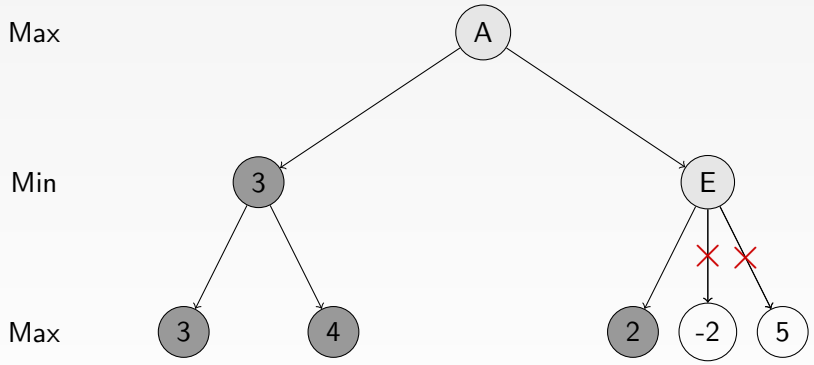


$$
\begin{aligned}
& \text{MinMax}(A, Max) \\
= \; & \texttt{max}\{\text{MinMax}(B, Min), \text{MinMax}(E, Min)\} \\
= \; & \texttt{max}\{k, \texttt{min}\{k', \text{MinMax}(G, Max), \text{MinMax}(H, Max)\}\}
\end{aligned}
$$

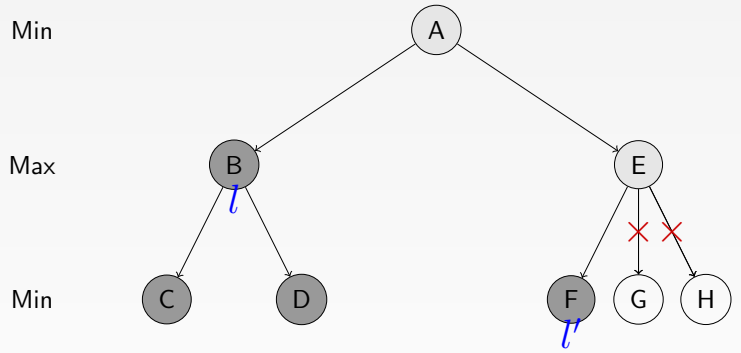
Wenn $k \geq k'$:

$$
\begin{aligned}
= \; & k \\
\Longrightarrow \; & \text{Knoten (bzw. Teilbäume) G und H } \textbf{braucht man nicht betrachten}!
\end{aligned}
$$

Beispiel mit konkreten Werten



Symmetrischer Fall



$$
\begin{aligned}
& \text{MinMax}(A, Min) \\
= \; & \texttt{min}\{\text{MinMax}(B, Max), \text{MinMax}(E, Max)\} \\
= \; & \texttt{min}\{l, \texttt{max}\{l', \text{MinMax}(G, Min), \text{MinMax}(H, Min)\}\}
\end{aligned}
$$

Wenn $l \leq l'$:

$$= \; l$$

Alpha-Beta-Suche

- Kürzt genau diese Fälle weg
- Durch Verwendung eines Suchfensters $[\alpha, \beta]$
- Tiefensuche mit Tiefenschranke notwendig
  Anpassung der Tiefenschranke im folgenden Algorithmus implizit

Algorithmus $\alpha - \beta$-**Suche**

Aufruf: AlphaBeta(Zustand,Spieler,$-\infty$,$+\infty$)

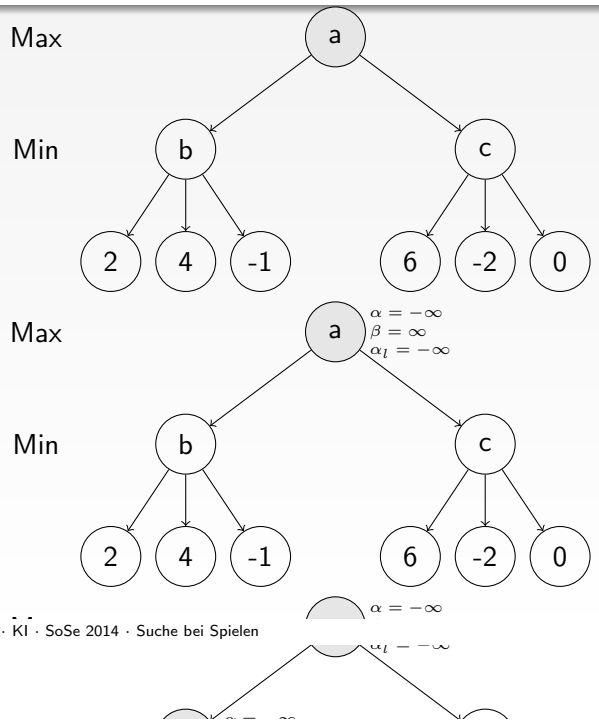
Funktion: AlphaBeta(Zustand,Spieler,α,β)

1. Wenn Tiefenschranke erreicht, bewerte die Situation, `return` Wert
2. Sei NF die Folge der Nachfolger von (Zustand,Spieler)
3. Wenn Spieler = Minimierer:
   $\beta_l := \infty$;
   `for-each` $L \in NF$
   $\beta_l := \texttt{min}\{\beta_l, \text{AlphaBeta}(L, \text{Maximierer}, \alpha, \beta)\}$
   `if` $\beta_l \leq \alpha$ `then return` β_l `endif`// verlasse Schleife
   $\beta := \texttt{min}\{\beta, \beta_l\}$
   `end-for`
   `return` β_l
4. Wenn Spieler = Maximierer
   $\alpha_l := -\infty$;
   `for-each` $L \in NF$
   $\alpha_l := \texttt{max}\{\alpha_l, \text{AlphaBeta}(L, \text{Minimierer}, \alpha, \beta)\}$
   `if` $\alpha_l \geq \beta$ `then return` α_l `endif`// verlasse Schleife
   $\alpha := \texttt{max}\{\alpha, \alpha_l\}$
   `end-for`
   `return` α_l

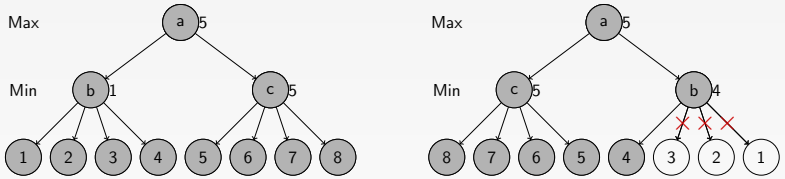
In Haskell

```
alphaBeta wert nachfolger maxtiefe neginfty infty spieler zustand  =
  ab 0 neginfty infty spieler zustand
 where
  ab tiefe alpha beta spieler zustand
   | null (nachfolger spieler zustand) || maxtiefe <= tiefe = wert zustand
   | otherwise =
      let l = nachfolger spieler zustand
      in
       case spieler of
         Maximierer -> maximize tiefe alpha beta l
         Minimierer -> minimize tiefe alpha beta l
  maximize tiefe alpha beta xs = it_maximize alpha neginfty xs
   where
      it_maximize alpha alpha_l []     = alpha_l
      it_maximize alpha alpha_l (x:xs) =
       let alpha_l' = max alpha_l (ab (tiefe+1) alpha beta Minimierer x)
       in  if alpha_l' >= beta then alpha_l' else
             it_maximize (max alpha alpha_l') alpha_l' xs
  minimize tiefe alpha beta xs = it_minimize beta infty xs
   where
      it_minimize beta beta_l []     = beta_l
      it_minimize beta beta_l (x:xs) =
        let beta_l' = min beta_l (ab (tiefe+1) alpha beta Maximierer x)
        in if beta_l' <= alpha then beta_l' else
             it_minimize (min beta beta_l') beta_l' xs
```


Alpha-Beta-Suche: Beispiel



Reihenfolge der Nachfolger



- Beide Bäume sind gleich
- Außer: Nachfolger in umgekehrter Reihenfolge
- Reihenfolge bestimmt Güte von Alpha-Beta
- Abhilfe: Nachfolger vorsortieren
- Heuristik zum Sortieren verwenden

Eigenschaften Alpha-Beta

Zur Erinnerung:

- MinMax: Laufzeit $O(c^d)$ bei Tiefenschranke d und Verzweigungrate c

Alpha-Beta-Suche:

- Worst-Case: Wie MinMax
- Best-Case $O(c^{\frac{d}{2}})$
- Bei guter Vorsortierung $O(c^{\frac{d}{2}})$ (Daumenregel)
- Bei zufälliger Vorsortierung $O(c^{\frac{3d}{4}})$

Bei guter Vorsortierung:

Bei gleichen Ressourcen kann man in mit Alpha-Beta-Suche **doppelt so tief** vorausschauen als bei MinMax-Suche!

Optimierungen von Alpha-Beta

Optimierungen

- Speicherung von bewerteten Stellungen
- Nutzung von Symmetrien

Probleme:

- Manchmal: Tiefere Suche schlechter als nicht so tiefe Suche
- Horizonteffekt: Durch Tiefenschranke wird genau der gute Zug übersehen

Strategie zur Vermeidung des Horizonteffekts

- Falls bei Suche in Tiefe d ein Zug am Knoten K besonders gut (Maximierer) ist:
- besonders gut: alle Brüder von K haben schlechtere Bewertung
- Dann Suche K mit größerer Tiefe ab

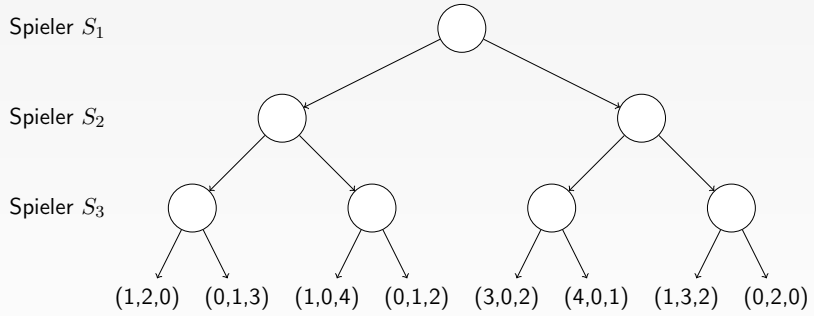
Tiefere Suche ist auch ratsam bei Zugzwang, denn

- Erhöht den Suchhorizont
- ohne Vergrößerung des Suchraums

Mehr als 2 Spieler

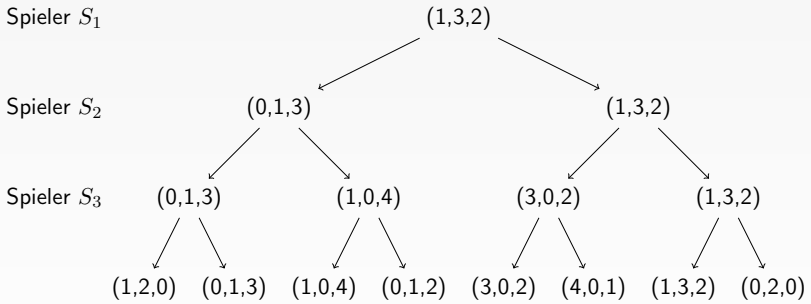
- Wir erläutern nur die Probleme (keine Lösung)
- Erkenntnis: Probleme sind wesentlich schwieriger
- Vereinfachung: Genau 3 Spieler
- Blattbewertung: Statt Wert, nun Drei-Tupel (A, B, C): Ergebnis des jeweiligen Spielers

3-Spieler-Baum



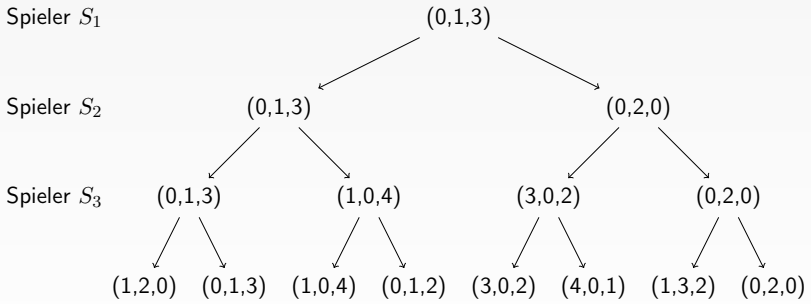
3-Spieler-Baum: Bewertung (1)

Strategie: Jeder maximiert sein eigenes Ergebnis



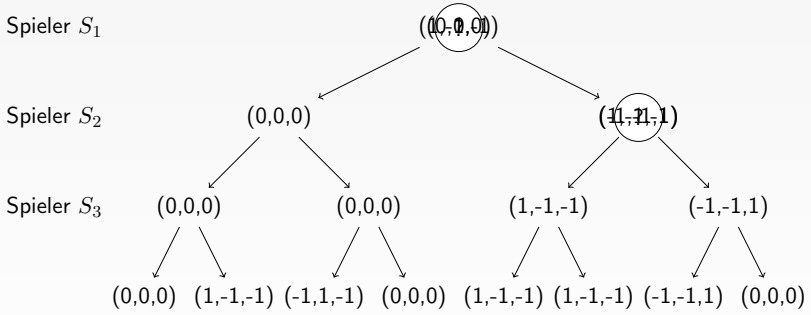
3-Spieler-Baum: Bewertung (1)

Strategie: Spieler 1 und Spieler 3 verbünden sich
Ziel: Minimiere Ergebnis von Spieler 2



Nicht-eindeutige Strategie

Strategie: Jeder maximiert sein eigenes Ergebnis



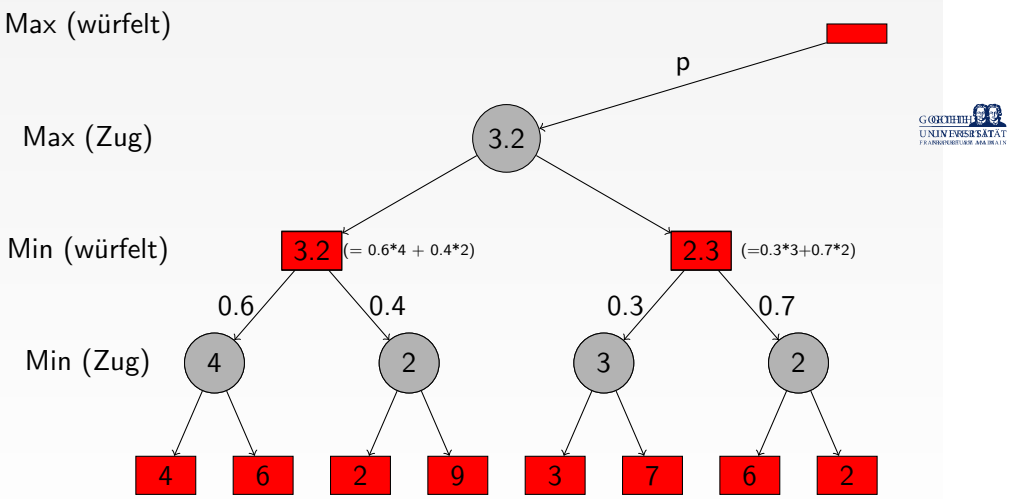
Spiele mit Zufall

- Wir betrachten nur 2-Spieler-Spiele
- Mit Zufall: Z.B. Würfeln, Kartenmischen, etc.

Naiver Ansatz:
Verwende MinMax (bzw. $\alpha - \beta$) über alle Möglichkeiten

Besser:
Benutze die Wahrscheinlichkeit und den Erwartungswert

Spielbaum mit Zufallsknoten

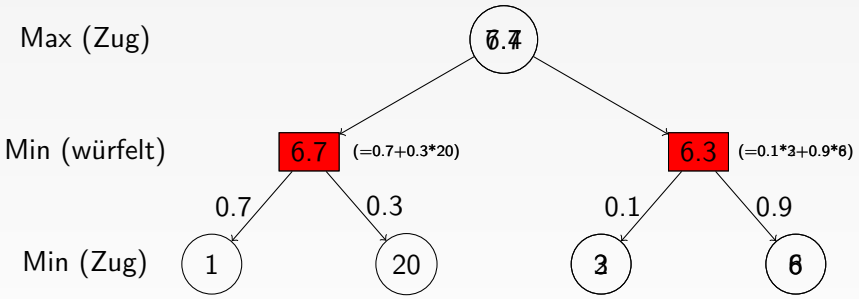


Eigenschaften

Satz

Es gilt: Wenn Wahrscheinlichkeit eine Rolle spielt, dann ist die Berechnung des Zuges mit dem besten Erwartungswert abhängig von den exakten Werten der Bewertungsfunktion; nicht nur von der relativen Ordnung auf den Situationen.

Beweis durch Gegenbeispiel



$\Longrightarrow$ Die Bewertungsfunktion muss vorsichtig gewählt werden!