Hochschule RheinMain
Steffen Reith

7. Übungsblatt

1. Zeigen Sie ohne Verwendung des Korrektheitssatzes, dass für jedes $H \in L_{\text{AL}}$

   i) $\{H\}^{\vdash} = \{(H \wedge H)\}^{\vdash}$ und

   ii) $\{H\}^{\vdash} = \{(H \vee H)\}^{\vdash}$ gilt.

   Hinweis: Verwenden Sie für die Richtung „$\subseteq$" von Teilaufgabe *ii)* den „Modus Ponens" und die Regel von der Fallunterscheidung.

2. Zunächst definieren wir die Vollständigkeit einer Formelmenge:

   Definition 1: *Sei* $\Phi \subseteq L_{\text{AL}}$*, dann heißt* Φ vollständig *gdw. für jedes* $H \in L_{\text{AL}}$ *gilt* $H \in \Phi$ *oder* $\neg H \in \Phi$*.*

   Welche der folgenden Menge sind vollständig und welche sind konsistent?Welche der folgenden Menge sind vollständig und welche sind konsistent?

   i) $\text{TAUT} =_{\text{def}} \{H \mid H \text{ ist eine Tautologie}\}$

   ii) $\text{SAT} =_{\text{def}} \{H \mid H \text{ ist erfüllbar}\}$

   iii) $\text{ONEREP} =_{\text{def}} \{H \mid f_H(1, 1, \ldots, 1) = 1\}$

3. Beweisen Sie die Aussagen *i)* - *iii)* des folgenden Satzes:

   Satz 2: *Sei* $\Phi \subseteq L_{\text{AL}}$ *konsistent und vollständig, dann gelten die folgenden Aussagen:*

   i) $\neg H \in \Phi$ *gdw.* $H \notin \Phi$

   ii) $(H_1 \vee H_2) \in \Phi$ *gdw.* $H_1 \in \Phi$ *oder* $H_2 \in \Phi$

   iii) $(H_1 \wedge H_2) \in \Phi$ *gdw.* $H_1 \in \Phi$ *und* $H_2 \in \Phi$

4. Sei $\Phi \subseteq L_{\text{AL}}$ und $H \in L_{\text{AL}}$. Zeigen Sie, die Richtigkeit der folgenden Aussage: Wenn Φ konsistent und H unerfüllbar ist, dann gilt $H \notin \Phi$.

5. Genießen Sie die Weihnachtszeit!

Besprechung in der Übung am 2. Januar 2025