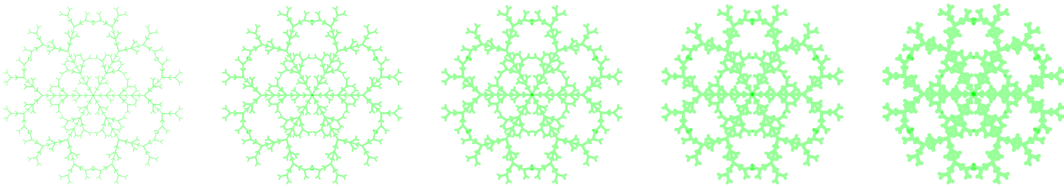
Logik und Berechenbarkeit
Wintersemester 2024 / 2025

Hochschule RheinMain
Steffen Reith

6. Übungsblatt



1. Beweisen Sie, dass der Folgerungsoperator $\models$ ein Hüllenoperator ist.

2. Zeigen Sie die folgenden vier Aussagen. Seien $H, H_1, \ldots, H_n \in L_{\mathrm{AL}}$ und $\Phi \subseteq L_{\mathrm{AL}}$, dann gilt

   i) H ist allgemeingültig gdw. $\emptyset \models H$,
   ii) $H_1 \equiv H_2$ gdw. für alle Φ gilt $\Phi \models H_1$ genau dann, wenn $\Phi \models H_2$,
   iii) $(H_1 \to H_2)$ ist allgemeingültig gdw. $\{H_1\} \models H_2$ und
   iv) $\{H_1, \ldots, H_m\}^{\models} = \{H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m\}^{\models}$

3. Beweisen Sie, dass der Ableitungssoperator $\vdash$ ein Hüllenoperator ist.

4. Zeigen Sie ohne Verwendung des Korrektheitssatzes, dass für jedes $H \in L_{\mathrm{AL}}$

   i) $\{H\}^{\vdash} = \{(H \wedge H)\}^{\vdash}$ und
   ii) $\{H\}^{\vdash} = \{(H \vee H)\}^{\vdash}$ gilt.

   Hinweis: Verwenden Sie für die Richtung $\subseteq$ von Teilaufgabe *ii*) den Modus Ponens und die Regel von der Fallunterscheidung.

Besprechung in der Übung am 19. Dezember 2024